



Eksplorasi Translasi Representasi Matematis Mahasiswa dalam Penyelesaian Masalah Analisis Validitas Argumen

Mei Rina Hadi

*Tadris Matematika, UIN Sayyid Ali Rahmatullah Tulungagung
Jalan Mayor Sujadi No.46, Plosokandang, Kec. Kedungwaru, Kabupaten Tulungagung
e-mail: meirinahadi@gmail.com*

ABSTRAK

Kemampuan translasi antar representasi matematis merupakan salah satu ketrampilan abad 21 yang sangat perlu dimiliki mahasiswa. Kemampuan ini seringkali menjadi tantangan bagi mahasiswa Pendidikan Matematika, terutama dalam translasi dari bentuk verbal ke simbolik atau visual. Salah satu materi yang memerlukan ketrampilan translasi adalah analisis validitas argumen. Penelitian ini bertujuan mengeksplorasi proses translasi matematis mahasiswa dalam menyelesaikan analisis validitas argumen. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan pendekatan eksploratif. Subjek penelitian adalah 3 mahasiswa Tadris Matematika yang dipilih melalui *purposive sampling* dan dianalisis secara mendalam menggunakan tahapan pemecahan masalah Polya serta proses translasi Bosse. Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses penyelesaian masalah beriringan dengan aktifitas translasi matematis. Subjek yang melakukan proses translasi matematis dengan tepat dan lengkap memiliki kecenderungan penyelesaian masalah dengan lebih baik. Subjek melakukan beberapa kesalahan dalam proses translasi antara lain kesalahan interpretasi dan kesalahan implementasi yang mengakibatkan analisis validitas argumen menjadi tidak tepat. Temuan ini menunjukkan bahwa kemampuan translasi matematis menjadi dasar yang penting dalam penyelesaian masalah analisis validitas argumen. Oleh karena itu, strategi pembelajaran yang mendukung peningkatan kemampuan translasi matematis perlu dikembangkan guna memperkuat kemampuan berpikir kritis mahasiswa dalam menganalisis validitas argumen pada tingkat pendidikan tinggi.

Kata Kunci: translasi matematis, analisis validitas argumen, pemecahan masalah.

ABSTRACT

The ability to translate among mathematical representations is one of the 21st-century skills that students need to have. This ability is often challenging for students, especially in translating verbal to symbolic or visual forms. One of the materials that requires translation skills is argument validity analysis. This study aims to explore the mathematical translation process of students use in completing argument validity analysis. This study is a qualitative study with an exploratory approach. The subjects of the study were 3 Mathematics Education students who were selected through purposive sampling and analyzed in depth using Polya's problem-solving stages and Bosse's translation process. The results showed that the problem-solving process went hand in hand with mathematical translation activities. Subjects who carried out the mathematical translation process correctly and completely tended to solve problems better. Subjects made several mistakes in the translation process, including misinterpretation and implementation errors that resulted in inaccurate argument validity analysis. These findings indicate that mathematical translation skills are an important basis for solving argument validity analysis problems. Therefore, learning strategies that support the improvement of mathematical translation skills need to be developed to strengthen students' critical thinking skills in analyzing the validity of arguments at the higher education level.

Keywords: mathematical translation, argument validity analysis, problem solving

PENDAHULUAN

Keterampilan abad ke-21 merupakan seperangkat kemampuan yang sangat penting untuk dikuasai oleh mahasiswa dalam menghadapi tantangan global. Mahasiswa tidak hanya dituntut untuk memiliki pengetahuan teoritis, tetapi juga kemampuan berpikir kritis, berkomunikasi efektif, kolaborasi, serta kreativitas untuk beradaptasi dengan tuntutan dunia kerja yang terus berubah (Mahmud & Wong, 2022). Oleh karena itu, pendidikan tinggi harus secara aktif mengintegrasikan kemampuan abad ke-21 dalam kurikulum, agar mahasiswa mampu menghadapi tantangan yang relevan dengan kondisi saat ini dan masa depan (Mardhiyah et al, 2021). Keterampilan literasi data, misalnya, semakin krusial dalam berbagai bidang, karena mahasiswa perlu memahami, menginterpretasi, dan menggunakan data untuk menghasilkan informasi yang bermanfaat bagi masyarakat. Selain itu, kemampuan untuk menganalisis validitas suatu argumen menjadi fundamental, terutama di tengah maraknya informasi yang tidak diverifikasi.

Kemampuan menganalisis argumen merupakan keterampilan fundamental dalam pendidikan tinggi, terutama dalam program studi pendidikan matematika, yang bertujuan membentuk calon pendidik dengan keterampilan berpikir kritis (Hanna & Knipping, 2020). Kemampuan ini mencakup komponen evaluatif dan reflektif yang memungkinkan individu tidak hanya mengidentifikasi kesalahan logis dalam argumen tetapi juga mempertimbangkan implikasi dari perspektif yang berbeda (Oser & Biedermann, 2020; Shavelson et al., 2019). Sementara analisis argumen sering kali diasosiasikan dengan pemikiran ilmiah, keterampilan ini juga relevan dalam interaksi sehari-hari dan dalam mengajarkan konsep-konsep matematika yang abstrak kepada siswa (Park et al., 2021). Mengembangkan kemampuan ini pada mahasiswa pendidikan matematika penting karena membantu mereka menjadi pendidik yang mampu melatih siswa dalam proses berpikir kritis dan menyelidiki asumsi di balik setiap konsep.

Representasi dalam matematika memainkan peran sentral dalam mendukung pemahaman dan analisis argumen, terutama karena representasi memungkinkan konsep abstrak menjadi lebih konkret dan dapat diinterpretasikan secara lebih luas (Ainsworth, 2006). Menurut Janvier (1987), representasi merupakan cara untuk mengekspresikan suatu konsep atau ide dengan menggunakan berbagai bentuk media. Dengan menggunakan berbagai bentuk representasi — seperti diagram, grafik, simbol, dan bentuk verbal — mahasiswa mampu mengidentifikasi struktur logis dan pola dalam argumen matematika (Bosse, 2019). Representasi memfasilitasi proses berpikir analitis dengan memberikan pandangan visual terhadap hubungan antara elemen-elemen suatu argumen, sehingga memudahkan penilaian keabsahan atau validitasnya (Stylianides et al., 2020). Dengan demikian, penguasaan representasi matematis tidak hanya mendukung pemahaman konseptual, tetapi juga menjadi landasan dalam membangun keterampilan berpikir analitis yang lebih luas, yang krusial dalam penerapan matematika di dunia nyata (Saha et al., 2024).

Translasi atau alih representasi dalam matematika merujuk pada kemampuan untuk berpindah dari satu bentuk representasi ke bentuk lainnya, seperti dari representasi verbal ke

representasi grafis atau simbolis. Translasi matematis atau proses translasi matematis diartikan sebagai proses kognitif dalam mentransformasikan informasi yang termuat dalam suatu bentuk representasi (sumber) ke bentuk representasi yang lain (target) (Bossé, et al., 2014). Proses translasi atau alih representasi merupakan proses kognitif yang kompleks dan berperan penting dalam pemahaman dan pemecahan masalah. Alih representasi bukan sekadar proses penerjemahan, tetapi juga melibatkan pemahaman mendalam tentang konsep di balik representasi tersebut dan memerlukan pemikiran kritis serta fleksibilitas kognitif untuk mentransformasikannya secara efektif (Goldin & Kaput, 2019). Penelitian Munfaridah, et al. (2020) menunjukkan bahwa kemampuan melakukan translasi antar representasi secara efisien merupakan keterampilan yang penting dalam pemecahan masalah, karena membantu individu membentuk kembali masalah dalam bentuk yang lebih sederhana atau lebih mudah dianalisis. Kemampuan beralih di antara representasi matematis juga mengembangkan pemahaman yang lebih dalam, karena setiap bentuk representasi menawarkan perspektif berbeda yang saling melengkapi dan memperkaya pemahaman mahasiswa terhadap suatu konsep atau argumen.

Alih representasi merupakan proses kognitif yang menantang bagi banyak siswa, termasuk mahasiswa, Duval (2006). Kesulitan ini dapat berupa ketidakmampuan untuk menterjemahkan informasi secara akurat antar berbagai bentuk representasi, seperti dari teks ke diagram atau dari formula matematika ke representasi verbal (Agusfianuddin et al., 2024). Penelitian lain menunjukkan bahwa representasi matematis dalam berbagai bentuk—seperti grafik, simbol, dan bentuk verbal—dapat membantu pemecahan masalah lebih efektif, namun banyak mahasiswa masih kesulitan dalam menggunakan berbagai representasi ini secara integratif, yang mengakibatkan keterbatasan dalam pemahaman konsep yang kompleks (Mainali, 2021). Beberapa penelitian lainnya membahas kesulitan mahasiswa dalam melakukan translasi matematis. Misalnya penelitian Lin, S.-Y., Maries, A., & Singh, C. (2016) yang menyebutkan bahwa mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam mentransfer representasi matematis ke dalam bentuk grafik, sebuah keterampilan penting yang seringkali juga menantang dalam bidang matematika. Penelitian lain dari Rahmawati et al., (2021) juga mengeksplorasi kesulitan mahasiswa dalam mengubah informasi verbal ke dalam representasi grafik yang tepat, termasuk peran interpretasi dan proses kognitif. Kendala dalam kemampuan translasi antar representasi seringkali berakar pada kesenjangan pemahaman antara representasi konkret dan abstrak, yang menjadi kendala dalam analisis yang lebih tinggi seperti validitas argumen matematis (Yuanita et al., 2018).

Penelitian ini berfokus untuk mengeksplorasi proses alih representasi yang dilakukan mahasiswa ketika menyelesaikan masalah analisis validitas argumen. Dengan mengeksplorasi proses kognitif yang terlibat dalam alih representasi, penelitian ini diharapkan memberikan informasi mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi kemampuan mahasiswa dalam menggunakan keterampilan translasi matematis saat menganalisis validitas argumen dan memberikan implikasi bagi pengembangan strategi pembelajaran yang lebih efektif.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan desain eksploratif karena bertujuan untuk mendalami proses alih representasi mahasiswa secara mendalam ketika menyelesaikan masalah analisis validitas argumen. Partisipan penelitian ini adalah 3 orang mahasiswa yang dipilih dari 30 mahasiswa semester 1 program studi Tadris Matematika yang telah menempuh mata kuliah Logika Matematika, dan sudah menyelesaikan materi analisis validitas argumen. Pemilihan 3 subjek tersebut menggunakan metode *purposive sampling* dengan kriteria memiliki kemampuan kognitif yang beragam dan mampu berkomunikasi yang baik. Instrumen utama penelitian berupa soal uji analisis validitas argumen, dan instrument bantu berupa pedoman wawancara semi-terstruktur untuk mengeksplorasi lebih lanjut proses berpikir mahasiswa dan proses pemecahan masalah, serta observasi untuk mencatat perilaku subjek selama menyelesaikan tes dan wawancara. Soal uji analisis validitas argumen ditunjukkan pada [Gambar 1](#).

Perhatikan premis-premis berikut:
P₁: Semua soal yang rumit adalah soal ujian
P₂: Soal Logika Dasar Matematika pasti mudah
P₃: Tidak ada soal ujian yang mudah
Tentukan kebenaran dari kalimat berikut ini dengan menggunakan metode HNK:
a) Tidak ada soal ujian yang merupakan soal Logika Dasar Matematika
b) Tidak ada soal rumit yang merupakan soal Logika Dasar Matematika
c) Semua soal ujian pasti soal yang rumit
d) Soal Logika Dasar Matematika pasti bukan soal yang rumit

Gambar 1. Soal Analisis Validitas Argumen

Instrumen penelitian divalidasi oleh 2 dosen ahli dengan kriteria validasi sebagai berikut, soal uji translasi matematis: (1) kesesuaian konstruksi isi dan kejelasan butir soal, dan (2) kesesuaian bahasa; pedoman wawancara: (1) pertanyaan mengarahkan mahasiswa untuk mengungkapkan pikirannya mengenai proses penyelesaian masalah yang dilakukan di tiap tahapan, dan (2) pertanyaan mengarahkan mahasiswa untuk mengungkapkan pikirannya mengenai proses translasi matematis yang dilakukan di tiap tahapan; pedoman observasi: butir observasi dapat merekam keseluruhan aktifitas subjek dengan lengkap dan jelas. Hasil validasi instrumen dari 2 validator menyatakan bahwa ketiga instrument valid dan dapat digunakan untuk pengambilan data.

Prosedur pengumpulan data dimulai dengan pemberian soal analisis validitas argumen kepada partisipan, diikuti dengan wawancara semi-terstruktur berdasarkan hasil tes, dan observasi perilaku partisipan selama proses pengerjaan tes dan wawancara. Data hasil tes dan wawancara dianalisis secara kualitatif dengan teknik analisis yang meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Transkrip wawancara dibaca secara berulang, diidentifikasi tema-tema yang muncul, dan dikelompokkan berdasarkan kategori translasi representasi dan kesulitan yang dihadapi. Keabsahan data dijamin melalui triangulasi data dengan membandingkan data hasil tes, wawancara, dan observasi, serta member check dengan memberikan hasil analisis kepada partisipan untuk dikonfirmasi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

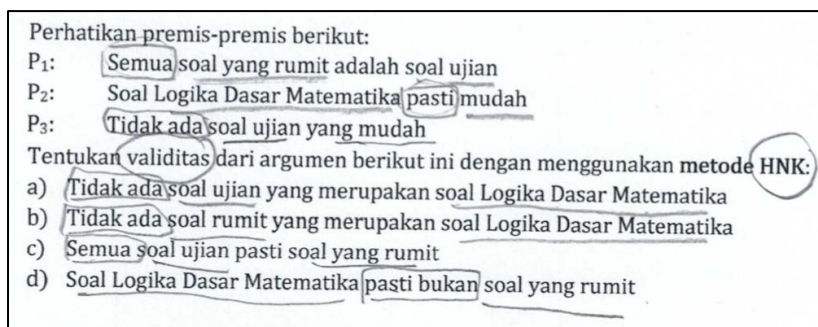
Penelitian ini difokuskan pada eksplorasi mendalam terhadap kemampuan mahasiswa dalam mentranslasikan berbagai representasi matematis ketika menyelesaikan masalah yang memerlukan analisis validitas argumen. Untuk menguraikan hasil penelitian ini, pembahasan akan disusun berdasarkan tahapan pemecahan masalah menurut Polya (1985), yang meliputi identifikasi masalah, perencanaan, pelaksanaan, dan pengecekan kembali solusi yang dihasilkan. Di samping itu, setiap tahapan pemecahan masalah ini akan dikaitkan dengan tahapan proses translasi yang diadaptasi dari kerangka Bosse, et al. (2014) yang terdiri atas aktivitas *unpacking the source*, *preliminary coordination*, *constructing the target*, dan *determining equivalence*. Dengan menggabungkan kedua kerangka ini, pembahasan tidak hanya berfokus pada keterampilan mahasiswa dalam memecahkan masalah, tetapi juga pada kemampuan mereka untuk mengalihkan informasi antar bentuk representasi matematis secara akurat. Untuk memperdalam analisis, penelitian ini juga mengungkap kesalahan yang dilakukan siswa dalam proses translasi dengan menggunakan klasifikasi kesalahan yang dirumuskan oleh Bosse, et al. (2011). Pendekatan ini memungkinkan identifikasi kesulitan khusus pada setiap tahap, yang diharapkan memberikan pemahaman komprehensif bagi mahasiswa dalam menyusun dan mengevaluasi argumen matematis yang valid.

Hasil

Translasi Matematis pada Tahap Identifikasi Masalah

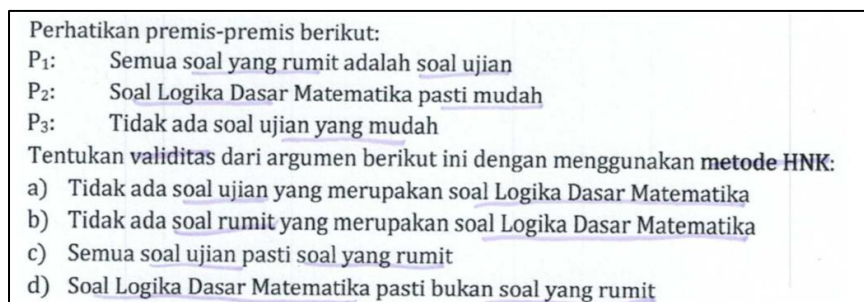
Pada tahap awal penyelesaian masalah, subjek mulai dengan mengidentifikasi masalah analisis validitas argumen yang disajikan secara verbal. Aktivitas translasi matematis yang dilakukan mengarah pada aktifitas *unpacking the source*, yaitu membongkar informasi pada representasi sumber, menguraikan apa yang diketahui dan ditanyakan, serta menandai informasi terkait. Dalam tahap ini, subjek melakukan beberapa langkah, antara lain mengidentifikasi pertanyaan, metode penyelesaian yang diminta, kecukupan premis untuk menjawab pertanyaan, jumlah premis yang tersedia, proposisi tunggal dalam setiap premis, serta kuantor yang terlibat dalam setiap premis.

Dalam aktivitas *unpacking the source*, subjek S1 melakukan semua langkah dengan lengkap dan tepat. S1 dapat mengidentifikasi pertanyaan dan metode penyelesaian dengan memberi lingkaran pada kata kunci. Saat wawancara, S1 menunjukkan pemahaman masalah dengan menyebutkan adanya tiga premis dalam soal dan empat proposisi tunggal dalam keseluruhan premis. S1 menandai kalimat proposisi dengan menggarisbawahi bagian premis dan argumen yang akan dicek validitasnya serta melingkari kuantor tiap kalimat. [Gambar 2](#) menunjukkan hasil pekerjaan subjek S1 dalam aktifitas *unpacking the source* pada tahap identifikasi masalah.



Gambar 2. Pekerjaan S1 dalam Tahap Identifikasi Masalah dan *Unpacking the Source*

Subjek S2 juga melakukan translasi matematis dengan lengkap dan tepat. Subjek S2 mengidentifikasi pertanyaan dan metode penyelesaian dengan cara memberikan warna pada kalimat perintah dan metode yang diminta. Subjek S2 juga memberi warna pada kalimat yang menunjukkan proposisi tunggal dalam premis maupun dalam argumen yang akan dianalisis validitasnya. Gambar 3 menunjukkan hasil pekerjaan subjek S2 dalam aktifitas *unpacking the source*.

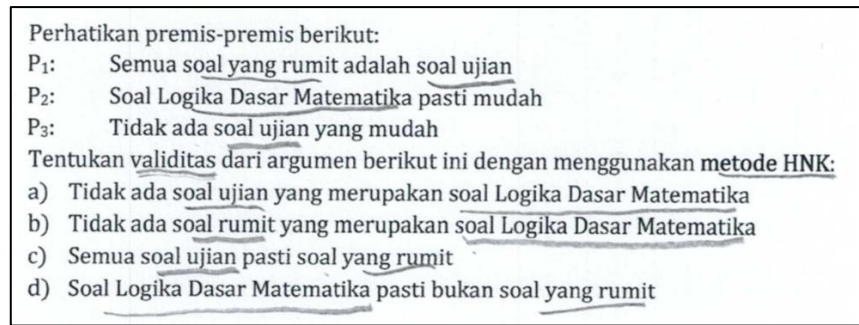


Gambar 3. Pekerjaan S2 dalam Tahap Identifikasi Masalah dan *Unpacking the Source*

Subjek S2 juga menyebutkan bahwa diketahui ada 3 premis yang disediakan pada soal. Saat digali informasi mengenai apakah keterangan (premis) yang disediakan sudah cukup untuk menyelesaikan masalah, subjek S2 menjawab cukup karena semua *keyword* utama yang ada pada pertanyaan juga termuat di dalam premis.

- P : Apakah menurut kamu premis yang diberikan sudah cukup untuk menyelesaikan soal ini?
S2 : Sepertinya sudah bu.
P : Bagaimana kamu bisa menyimpulkan demikian?
S2 : Kalau dilihat dari kalimat yang harus dicek validitasnya ini semua komponennya sudah ada juga bu di premis, yang jadi kata kunci itu lo bu. Jadi InsyaAllah sudah cukup.

Di sisi lain, subjek S3 menunjukkan beberapa aktifitas *unpacking the source* yang kurang lengkap atau tidak sempurna pada tahap identifikasi masalah. Dalam hal mengidentifikasi pertanyaan dan metode penyelesaian yang diminta, subjek S3 mampu melakukan dengan tepat, ditunjukkan oleh aktifitas menggarisbawahi kata “validitas” dan “HNK”. Subjek juga mengidentifikasi bahwa terdapat 3 premis yang akan digunakan dalam menganalisis validitas argumen dan subjek S3 menyatakan bahwa banyaknya premis yang disediakan telah cukup untuk menyelesaikan masalah.



Gambar 4. Pekerjaan S3 dalam Tahap Identifikasi Masalah dan *Unpacking the Source*

Berdasarkan [gambar 4](#), subjek S3 terlihat hanya mengidentifikasi 3 proposisi tunggal, yaitu “soal ujian”, “soal Logika Dasar Matematika”, dan “soal yang rumit”, dari 4 proposisi tunggal yang seharusnya diidentifikasi. Pada sesi wawancara, subjek menyebutkan bahwa semua proposisi sudah diidentifikasi dengan benar.

- P : Apakah menurut kamu sudah mengidentifikasi semua proposisi tunggal yang terdapat pada premis.
 S3 : Ya bu.
 P : Coba jelaskan lebih lengkap apa saja proposisi tunggal nya.
 S3 : Ada ini bu, soal ujian, lalu soal logika dasar matematika, dan soal yang rumit.
 P : Sudah yakin tidak ada yang lagi proposisi tunggal yang belum teridentifikasi?
 S3 : Sudah bu.
 P : Bagaimana dengan “soal yang mudah”
 S3 : Menurut saya itu termasuk negasi dari “soal yang rumit” jadi ya sudah teridentifikasi semua.

Secara umum, ketiga subjek telah melakukan aktifitas translasi matematis dengan cukup baik pada tahap identifikasi masalah. Hanya subjek S3 yang melakukan kesalahan dalam identifikasi proposisi tunggal. Aktifitas lain terkait penyelesaian masalah telah dilaksanakan semua subjek dengan baik, antara lain: pemahaman terhadap informasi yang diketahui dan ditanyakan, ketercukupan informasi yang diberikan untuk menyelesaikan masalah, dan keterangan-keterangan lain yang mendukung. Hal ini menandakan bahwa proses translasi matematis, dalam hal ini aktifitas *unpacking the source* memberikan peran yang cukup signifikan dalam tahap identifikasi masalah.

Translasi Matematis pada Tahap Perencanaan Strategi

Pada tahap perencanaan, subjek menyusun strategi dan langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah analisis validitas argumen. Aktivitas translasi matematis pada tahap ini berfokus pada *preliminary coordination*, yaitu menghubungkan informasi yang dibongkar pada tahap *unpacking the source* dengan konsep yang sudah dipahami, serta menyiapkan fitur yang akan digunakan untuk membentuk representasi target. Dalam tahap ini, subjek menentukan langkah-langkah penyelesaian, memastikan informasi yang telah diuraikan cukup untuk membangun target, dan memastikan setiap premis dapat diubah ke bentuk representasi yang diinginkan.

Pada aktifitas *preliminary coordination*, subjek S1 mengubah setiap proposisi tunggal yang telah dibongkar pada tahap *unpacking the source* ke dalam bentuk pemisalan yang memuat nama proposisi dan variabel yang menjadi subjek proposisi. [Gambar 5](#) menunjukkan hasil pekerjaan subjek S1 dalam aktifitas *preliminary coordination*.

$P(x)$	: x adalah soal yang rumit
$q(x)$	: x adalah soal ujian
$r(x)$	: x adalah soal logika Dasar Matematika
$s(x)$	: x adalah soal yang mudah

Gambar 5. Pekerjaan S1 dalam Tahap Preliminary Coordination

Dalam perencanaan penyelesaian masalah, subjek S1 mampu menjelaskan langkah-langkah penyelesaian dengan jelas. S1 menyebutkan bahwa setiap premis akan diubah terlebih dahulu ke bentuk simbolik menggunakan pemisalan dari proposisi tunggal. Bentuk simbolik ini kemudian diterjemahkan ke dalam Himpunan Nilai Kebenaran (HNK) yang sesuai. Selanjutnya, diagram Venn akan digambar sesuai dengan operasi HNK pada premis. Diagram ini akan digunakan untuk mengevaluasi validitas keempat item argumen yang harus dianalisis.

- P : Bisa dijelaskan menurut kamu nanti urutan langkah penyelesaiannya seperti apa?
 $S1$: Jadi ini nanti dari pemisalan ini kemudian nanti semua premis diubah ke bentuk simbolik bu, kemudian dari bentuk simboliknya kita buat HNK nya, lalu dari HNK kita buat diagram venn nya.
 P : Apakah itu semua sudah langkah sampai akhir menemukan jawaban?
 $S1$: Oh belum bu. Nanti setiap pertanyaan/argumennya itu diubah ke bentuk simbolik juga bu, lalu sama juga ditentukan HNK nya. Nah setelah sudah diubah ke HNK baru kita cocokkan HNK di argumen dengan himpunan yang ada di diagram venn.
 P : Bagaimana menganalisis validitasnya?
 $S1$: Ya kalau HNK nya itu sesuai dengan gambar yang ada si diagram venn, maksudnya tidak bertentangan gitu bu, maka ya argumen dinyatakan benar/valid. Tapi kalau tidak sesuai dengan diagram venn ya berarti tidak valid.
 P : Sudah cukupkah?
 $S1$: Ya bu, sudah.

Subjek S2 juga melakukan aktifitas *preliminary coordination* dengan cukup baik. Subjek S2 juga mengubah setiap proposisi tunggal yang telah dibongkar pada tahap sebelumnya ke dalam bentuk pemisalan yang memuat nama proposisi dan variabel yang menjadi subjek proposisi.

Gambar 6 menunjukkan hasil pekerjaan subjek S2 dalam aktifitas *preliminary coordination*.

$a(x)$	: x adalah soal yang rumit
$b(x)$	: x adalah soal ujian
$c(x)$	: x adalah soal logika dasar matematika
$d(x)$	: x adalah soal yang mudah

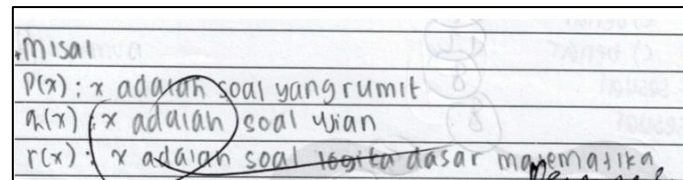
Gambar 6. Pekerjaan S2 dalam Tahap Preliminary Coordination

Dalam hal perencanaan penyelesaian, subjek S2 menyebutkan langkah yang serupa dengan langkah yang disusun oleh subjek S1, namun subjek S2 berhenti pada proses mengubah bentuk verbal ke bentuk simbolik. Berdasarkan hasil wawancara, subjek S2 menyebutkan bahwa setelah semua premis diubah ke bentuk simbolik, selanjutnya masing-masing argumen yang akan dianalisis juga diubah ke bentuk simbolik, lalu ditentukan HNK yang bersesuaian. Saat digali lebih lanjut, subjek S2 menyampaikan bahwa masing-masing argumen yang akan dicek harus memiliki diagram venn sendiri, sehingga HNK juga baru ditentukan pada tahap analisis tiap item argumen.

- P : Bisa dijelaskan menurut kamu nanti urutan langkah penyelesaiannya seperti apa?
 $S1$: Pertama dibuat pemisalan dulu bu, lalu kalimat premis ini diubah ke bentuk simbolik.

- P : Apakah itu semua sudah langkah sampai akhir menemukan jawaban?
 S1 : Hmm setelah itu argumen a sampai d ini diubah juga ke bentuk simbolik lalu diubah ke bentuk HNK. Lalu dari HNK tersebut akan dibuat diagram venn nya.
 P : Bagaimana menganalisis validitasnya?
 S1 : Ya itu bu tiap argumen kan nanti ada diagram venn nya, nanti dilihat dari situ bu valid tidaknya.
 P : Sudah cukupkah?
 S1 : Ya bu, sudah.

Subjek S3 yang sejak tahap analysis melakukan kesalahan pada aktifitas *unpacking the source*, terlihat melakukan tahap *preliminary coordination* dengan lengkap dan sesuai dengan apa yang digali pada tahap sebelumnya. Pada aktifitas *unpacking the source*, subjek S3 hanya mengidentifikasi 3 proposisi tunggal, sehingga pada tahap ini subjek S3 juga membuat pemisalan dengan hanya 3 proposisi tunggal tersebut. Meskipun demikian, penggunaan simbol yang mewakili nama proposisi serta variabel yang menjadi subjek proposisi ditulis dengan tepat dan jelas. [Gambar 7](#) menunjukkan hasil pekerjaan subjek S3.



Gambar 7. Pekerjaan S3 dalam Tahap Preliminary Coordination

Saat wawancara, subjek S3 menjelaskan langkah-langkah penyelesaian berikutnya dengan lengkap dan tepat. Subjek S3 memulai dengan membuat pemisalan dari proposisi tunggal, kemudian mengubah setiap premis ke bentuk simbolik. Bentuk simbolik ini diterjemahkan ke dalam himpunan nilai kebenaran (HNK) yang sesuai, dilanjutkan dengan menggambar diagram Venn sesuai operasi HNK dalam premis. Diagram Venn ini akan digunakan untuk mengevaluasi validitas keempat item argumen. Rencana penyelesaian ini sama seperti langkah-langkah yang dijelaskan oleh subjek S1.

Secara umum, ketiga subjek telah melakukan aktifitas *preliminary coordination* dengan cukup baik pada tahap perencanaan strategi. Semua subjek mampu menyiapkan semua komponen yang diperlukan untuk menuju ke tahap atau aktifitas selanjutnya. Subjek S1 bahkan mengidentifikasi komponen kuantor yang terlibat dalam setiap premis. Aktifitas lain terkait penyelesaian masalah telah dilaksanakan semua subjek dengan cukup baik, yakni perencanaan langkah penyelesaian, dan memastikan semua keterangan dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah. Hanya subjek S2 yang melakukan kesalahan dalam perencanaan penyelesaian masalah meskipun subjek merasa yakin dan mampu menyelesaikan masalah dengan rencana yang telah disusunnya.

Translasi Matematis pada Tahap Pelaksanaan Strategi

Pada tahap pelaksanaan, subjek melaksanakan strategi penyelesaian yang telah disusun pada tahap sebelumnya hingga ditemukan jawaban akhir dari masalah yang diberikan. Aktifitas translasi matematis yang dilakukan subjek pada tahap ini adalah *constructing the target*, yakni aktifitas mentransfer informasi/keterangan yang terdapat pada representasi sumber ke representasi target, dan

melengkapi keterangan pada representasi target. Aktivitas *constructing the target* yang dilakukan pada tahap ini melibatkan dua proses translasi matematis yaitu mengubah bentuk verbal dari masalah yang diberikan ke dalam bentuk simbolik, lalu mengubah bentuk simbolik ke dalam bentuk visual seperti yang ditentukan pada soal.

Aktivitas penyelesaian masalah dimulai dari subjek menyelesaikan semua proses translasi dari verbal ke simbolik pada bagian premis. Ketiga premis yang telah dibongkar pada tahap sebelumnya akan diubah ke dalam bentuk simbolik dengan memanfaatkan keterangan pemisalan, kuantor yang terlibat, dan penggunaan operator yang sesuai dengan kuantor yang digunakan. Kemudian bentuk simbolik ini akan diterjemahkan ke dalam himpunan nilai kebenaran (HNK) yang sesuai. Langkah selanjutnya adalah menggambar suatu diagram venn yang bersesuaian dan memenuhi semua kondisi/premis yang diberikan berdasarkan dengan HNK yang terdapat pada premis. Diagram venn ini yang akan digunakan sebagai landasan menetapkan validitas argumen pada bagian selanjutnya.

Selanjutnya, pada proses menentukan validitas argumen, subjek juga melakukan translasi bentuk verbal ke simbolik dari masing-masing item argumen yang harus dianalisis. Kemudian bentuk simbolik tersebut juga diterjemahkan ke dalam himpunan nilai kebenaran. Informasi mengenai HNK ini kemudian digunakan untuk menentukan validitas masing-masing argumen dengan cara menganalisis kesesuaiannya dengan diagram venn yang dibuat sebelumnya. Jika HNK dari suatu argumen sesuai dengan diagram venn, maka argumen dinyatakan valid, dan begitu pula sebaliknya.

Subjek S1 melakukan *constructing the target* dengan lengkap dan jelas, menggunakan semua komponen yang telah disiapkan pada tahap sebelumnya secara optimal. Subjek S1 mengikuti urutan langkah penyelesaian sesuai rencana awal. [Gambar 8](#) menunjukkan hasil translasi verbal ke simbolik oleh subjek S1, yang menampilkan semua bentuk verbal secara akurat menjadi simbolik. Subjek S1 juga mengubah kalimat berkuantor eksistensial menjadi kuantor universal setelah bentuk simbolik terbentuk. Dalam wawancara, S1 menjelaskan bahwa argumen harus menggunakan kuantor universal untuk membentuk suatu HNK.

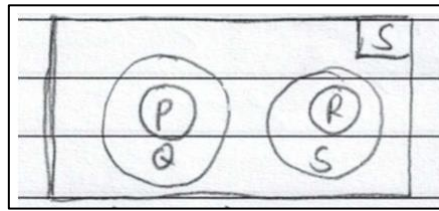
- P* : Mengapa pada bagian ini kamu mengubah bentuk kuantor pada premis ketiga?
S1 : Karena kalau masih pakai kuantor eksistensial kan ngga isa bu ditentukan HNK nya. Jadi saya ubah ke bentuk kuantor universal tapi tanpa mengubah makna kalimat utamanya.
P : Apakah kamu yakin bahwa bentuk kuantor yang baru itu maknanya sama?
S1 : Hmm yakin bu, karena ada negasi yang terlibat, dan negasi ini bisa menjadi pebalik kuantor.

$P_1 : (\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$	$P \subseteq Q$	✓
$P_2 : (\forall x)(r(x) \rightarrow s(x))$	$R \subseteq S$	
$P_3 : (\neg \exists x)(q(x) \wedge \neg s(x)) \equiv (\forall x)(\neg q(x) \vee \neg s(x))$	$\equiv (\forall x)(q(x) \rightarrow \neg s(x))$	$Q \subseteq S^c$

Gambar 8. Hasil Translasi Verbal ke Simbolik dari Subjek S1

Selanjutnya subjek S1 melakukan translasi bentuk simbolik ke visual dalam bentuk diagram venn seperti yang ditunjukkan pada [gambar 9](#). [Gambar 9](#) menunjukkan bahwa subjek S1 mampu

membuat diagram venn yang memenuhi semua kondisi premis dengan tepat. Hal ini menunjukkan bahwa subjek S1 memahami keseluruhan proses dan memahami konsep himpunan dengan baik.



Gambar 9. Hasil Translasi Simbolik ke Visual dari Subjek S1

Pada tahap inti dari pelaksanaan penyelesaian masalah, subjek S1 dapat menjawab dengan tepat semua status validitas dari keempat argumen yang diberikan. Subjek S1 melakukan translasi ke bentuk simbolik dengan tepat, termasuk mengubah kalimat berkuantor eksistensial menjadi kalimat berkuantor universal, hingga menetapkan HNK yang bersesuaian. Selanjutnya subjek S1 melakukan analisis validitas dengan menggunakan diagram venn yang sudah dibuat di awal dan memperoleh jawaban yang tepat pada semua argumen. [Gambar 10](#) menunjukkan jawaban akhir subjek S1. Subjek S1 melakukan semua tahapan penyelesaian dengan lengkap dan tuntas.

a)	$(\neg \exists x)(q(x) \wedge r(x)) \equiv (\forall x)(q(x) \rightarrow \neg r(x))$	$Q \subseteq R^c$	✓
	Benar		
b)	$(\neg \exists x)(p(x) \wedge r(x)) \equiv (\forall x)(p(x) \rightarrow \neg r(x))$	$P \subseteq R^c$	Benar //
c)	$(\forall x)(q(x) \rightarrow p(x))$	$Q \subseteq P$	Salah //
d)	$(\forall x)(r(x) \rightarrow \neg p(x))$	$R \subseteq P^c$	Benar //

Gambar 10. Hasil Analisis Validitas Argumen Subjek S1

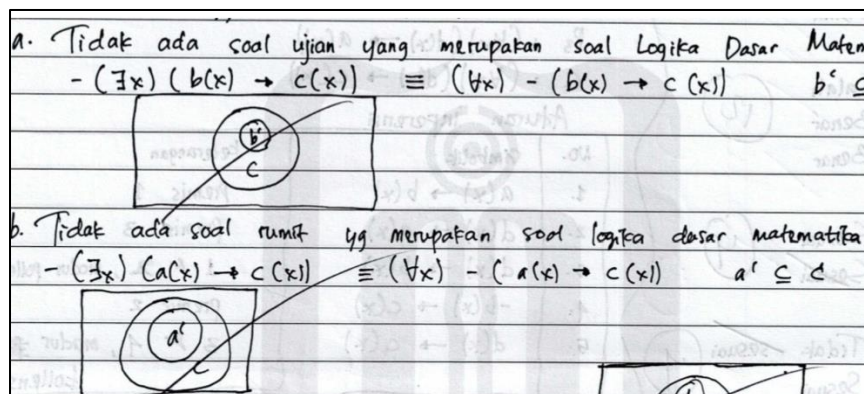
Subjek S2 melakukan tahap pelaksanaan strategi penyelesaian sesuai dengan rencana yang telah disusun. Namun subjek S2 hanya melakukan translasi dari bentuk verbal ke bentuk simbolik. [Gambar 11](#) menunjukkan hasil translasi verbal ke simbolik dari premis yang telah dibuat oleh subjek S2. Berdasarkan [gambar 11](#) terlihat bahwa subjek juga melakukan kesalahan pada bentuk simbolik dari premis ketiga, yang seharusnya menggunakan operator konjungsi, subjek S2 menggunakan operator implikasi. Hal ini menunjukkan bahwa subjek S2 belum memahami bahwa penggunaan kuantor eksistensial tidak dapat dihubungkan dengan operator implikasi.

Bentuk simbolik	
P_1	$(\forall x)(a(x) \rightarrow b(x))$
P_2	$(\forall x)(c(x) \rightarrow d(x))$
P_3	$\neg(\exists x)(b(x) \rightarrow d(x))$

Gambar 11. Hasil Translasi Verbal ke Simbolik dari Subjek S2

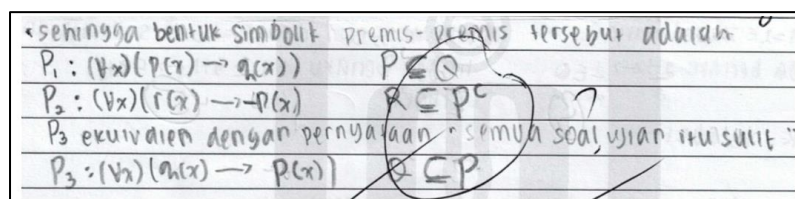
Subjek S2 melakukan kesalahan dalam memilih operator logika pada premis saat mentranslasi setiap item argumen yang akan diuji validitasnya. Akibatnya, HNK yang terbentuk dari

simbolisasi tersebut juga tidak akurat. Pada gambar 12, terlihat bahwa S2 tetap menggunakan operator implikasi meskipun kuantor sudah diubah dari eksistensial menjadi universal. Subjek S2 menetapkan HNK sesuai bentuk simbolik, tetapi karena bentuk simbolik salah, HNK yang terbentuk juga salah. Kesalahan lain terjadi ketika S2 menentukan validitas argumen dengan membuat diagram Venn untuk setiap argumen hanya berdasarkan HNK masing-masing, bukan berdasarkan premis. Ini menunjukkan bahwa subjek kurang memahami fungsi HNK dan diagram Venn dalam menentukan validitas argumen. S2 juga tidak menyelesaikan jawaban secara lengkap dan tidak menyebutkan hasil analisis validitas setiap argumen. Gambar 12 menunjukkan cuplikan jawaban akhir subjek S2.



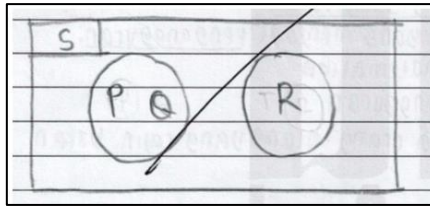
Gambar 12. Hasil Analisis Validitas Argumen Subjek S2

Subjek S3 melakukan tahap pelaksanaan strategi penyelesaian masalah dengan cukup baik meskipun jawaban akhir belum tepat. Aktivitas *constructing the target* juga dilakukan dengan lengkap. Gambar 13 menunjukkan hasil translasi verbal ke simbolik dari subjek S3. Pada gambar 13, terlihat bahwa subjek S3 menggeser kalimat dalam bentuk verbal terlebih dahulu baru kemudian diubah ke dalam bentuk simbolik tanpa mengubah makna utuh dari kalimat verbal semula.



Gambar 13. Hasil Translasi Verbal ke Simbolik dari Subjek S3

Subjek S3 menentukan HNK sesuai dengan proposisi dan menyesuaikan operator dengan bentuk simboliknya. Subjek kemudian menggambar diagram Venn berdasarkan HNK yang telah ditentukan. Namun, karena terdapat kesalahan dalam bentuk simbolik yang dirumuskan, diagram Venn yang dibuat juga tidak sempurna. Pada gambar 14 terlihat bahwa satu lingkaran mencakup dua himpunan, yaitu himpunan P dan Q. Dalam wawancara, S3 menjelaskan bahwa ini terjadi karena premis 1 dan premis 3 saling berkaitan, sehingga menghasilkan $P=Q$. Penjelasan ini menunjukkan pemahaman S3 tentang konsep himpunan yang baik. Kesalahan terjadi karena adanya kekeliruan saat menetapkan pemisalan awal dalam translasi dari bentuk verbal ke simbolik.



Gambar 14. Hasil Translasi Verbal ke Simbolik dari Subjek S3

Subjek S3 melakukan proses penyelesaian masalah dengan lengkap, tetapi jawaban akhir masih salah. Semua argumen yang disajikan secara verbal telah diubah ke bentuk simbolik sesuai pemisalan yang dibuat. Semua kalimat berkuantor eksistensial juga telah diubah menjadi kalimat berkuantor universal, dan HNK yang sesuai dengan bentuk simbolik telah ditentukan. S3 menggunakan diagram Venn yang dibuat sebelumnya sebagai referensi untuk menentukan validitas argumen. Namun, karena diagram Venn tersebut masih mengandung kesalahan dari proses translasi sebelumnya, jawaban akhir analisis validitas argumen juga tidak tepat. Gambar 15 menunjukkan jawaban akhir subjek S3.

a) ekuivalen dengan "semua soal yang bukan soal logika dasar matematika"	$(\forall x)(q(x) \rightarrow \neg r(x))$	$Q \subseteq R^c$ (valid)
b) ekuivalen dengan "semua soal yang mudah adalah soal logika dasar matematika"	$(\forall x)(\neg p(x) \rightarrow r(x))$	$P^c \subseteq R$ (valid)
d) $(\forall x)(q(x) \rightarrow p(x))$	$Q \subseteq P$	(valid)
e) $(\forall x)(r(x) \rightarrow \neg p(x))$	$R \subseteq P^c$	(valid)

Gambar 15. Hasil Analisis Validitas Argumen Subjek S3

Secara umum, hasil ini menunjukkan bahwa ketiga subjek melakukan tahap pelaksanaan penyelesaian sesuai rencana yang telah dibuat pada tahap sebelumnya. Subjek S1 dan S3 mampu menyelesaikan masalah hingga terdapat jawaban akhir berupa penentuan valid tidaknya masing-masing argumen yang diminta, sedangkan subjek S2 tidak menyatakan validitas dari masing-masing argumen. Dari segi aktifitas translasi matematis (*constructing the target*), subjek S1 dan S3 melakukannya dengan cukup baik dan lengkap, meskipun masih terdapat kesalahan pada subjek S3. Subjek S1 dan S3 mampu mengkonstruksi representasi target sesuai dengan perencanaan. Sementara itu, subjek S2 melakukan beberapa kesalahan baik pada translasi verbal-simbolik maupun simbolik-visual.

Translasi Matematis pada Tahap Pengecekan Kembali Penyelesaian Masalah

Pada tahap terakhir dari penyelesaian masalah, subjek mengecek kembali hasil analisis validitas argumen di setiap item yang telah diselesaikan pada tahap pelaksanaan strategi penyelesaian. Pada tahap ini, subjek juga melakukan aktifitas translasi keempat yakni *determining equivalence*. *Determining equivalence* adalah aktifitas mengecek kesamaan yang terdapat pada

representasi sumber dan representasi target dan memastikan representasi subjek telah terbentuk dengan tepat, dan mengecek kembali ketepatan dari jawaban yang telah ditemukan pada tahap sebelumnya.

Aktifitas *determining equivalence* pada tahap pengecekan kembali jawaban ini hanya dilakukan dengan tuntas dan sempurna oleh subjek S1. Hasil wawancara menunjukkan bahwa subjek S1 mengecek kembali gambar diagram venn yang dihasilkan dan kembali menyesuaikan dengan HNK. Pada saat menganalisis argumen, subjek S1 juga berulang kali terlihat menggerakkan tangan menyesuaikan antara gambar dan argumen yang diminta.

- P : Bagaimana cara kamu mengecek apakah jawaban akhir sudah benar?
S1 : Gini bu, pertama saya cek lagi bentuk simboliknya, lalu cek lagi HNK nya, kemudian saya cocokkan lagi dengan gambar diagram venn yang sudah dibentuk di awal.

Subjek S2 melakukan tidak melakukan aktifitas *determining equivalence* pada tahap pengecekan kembali. Hal ini ditunjukkan pada proses wawancara dimana subjek S2 menyebutkan bahwa diagram venn yang dibuat sudah sesuai dengan kalimat argumen yang diminta. Subjek S2 mengalami kesalahan interpretasi dan menganggap jawaban akhir dari soal adalah diminta untuk menggambar diagram venn dari tiap kalimat argumen yang diminta. Sehingga tidak terdapat jawaban akhir berupa pernyataan penegasan valid atau tidak di masing-masing argumen.

- P : Apakah kamu sudah mendapatkan jawaban akhir dari masalah ini?
S3 : Hmm sudah bu.
P : Coba jelaskan lebih lengkap hasil akhir jawabannya.
S3 : Ini bu dari setiap argumen kan diubah ke bentuk simbolik, setelah itu dibuat diagram venn nya sesuai HNK masing-masing argumen.
P : Apakah menurut kamu jawaban ini sudah sesuai dengan yang diminta soal?
S3 : Hmm sepertinya sudah bu, kan diminta HNK nya.
P : Jadi penentuan valid atau tidaknya argumennya di bagian mana?
S3 : Hmm ya di bagian HNK ini bu sepertinya.

Subjek S3 tidak melakukan proses pengecekan kembali maupun aktifitas translasi matematis yang terakhir yakni *determining equivalence*. Semua jawaban akhir yang diperoleh adalah valid. Berdasarkan hasil wawancara, subjek S3 menyebutkan bahwa jawaban sudah benar tanpa pengecekan kembali karena merasa sudah melakukan semua prosedur dari awal dengan benar.

Hasil ini menunjukkan bahwa hanya subjek S1 yang melakukan tahapan pengecekan kembali jawaban dan juga aktifitas *determining equivalence* dengan lengkap dan tepat. Subjek S2 melakukan sebagian prosedur namun mengalami kesalahan karena representasi yang dituju tidak tercapai sempurna. Sedangkan subjek S3 tidak melakukan aktifitas pengecekan sama sekali.

Pembahasan

Pada tahap identifikasi masalah, terlihat bahwa sebagian besar mahasiswa mampu melakukan *unpacking the source* dengan baik, yang mencakup aktifitas menguraikan informasi penting pada representasi sumber dan memastikan pemahaman terhadap premis yang ada. Kesalahan pada jawaban subjek S3 dalam mengidentifikasi semua proposisi tunggal dan atribut pada premis

termasuk dalam jenis kesalahan interpretasi (*interpretation error*). Hasil ini mendukung penelitian sebelumnya (Rahmah et al., 2019; Samijo et al., 2023) yang menyatakan bahwa ketepatan dalam memahami dan membongkar informasi dasar adalah fondasi penting dalam keberhasilan translasi representasi.

Selanjutnya, pada tahap perencanaan strategi, subjek melakukan *preliminary coordination*, dimana subjek merumuskan langkah-langkah untuk menerjemahkan premis ke bentuk simbolik, yang kemudian digunakan untuk mengonfirmasi validitas argumen. Tahapan ini memerlukan fleksibilitas kognitif untuk menghubungkan informasi verbal dengan simbolik secara konsisten. Temuan menunjukkan bahwa subjek S2 masih menghadapi kesulitan dalam penggunaan operator logika yang tepat, terutama mengenai proposisi berkuantor, seperti yang tampak pada subjek S2. Kesalahan yang dilakukan oleh subjek S2 merupakan kesalahan interpretasi (*interpretation error*) sekaligus kesalahan implementasi (*implementation error*). Hal ini didukung oleh temuan penelitian lain yang menyatakan bahwa siswa cenderung mengalami kesulitan dalam mengubah bentuk simbolik ke verbal dan grafik (Nurrahmawati et al., 2020; Santia et al., 2019). Kesalahan ini mengindikasikan bahwa pemahaman mendalam tentang logika formal dan aturan kuantor mempengaruhi ketepatan dalam pemindahan representasi.

Pada tahap pelaksanaan strategi, mahasiswa diharapkan mampu mengonstruksi target atau representasi tujuan yang sesuai. Namun, beberapa subjek mengalami kesulitan dalam mengonversi bentuk simbolik ke visual (diagram Venn), yang digunakan untuk mengevaluasi validitas argumen. Kesalahan pada tahap ini menunjukkan bahwa translasi dari bentuk simbolik ke visual membutuhkan keterampilan visualisasi yang kuat dan pemahaman konsep himpunan yang mendalam. Temuan ini sejalan dengan penelitian Lin, S.-Y., Maries, A., & Singh, C. (2016) yang menemukan bahwa translasi ke bentuk visual sering kali menjadi tantangan utama dalam pemecahan masalah berbasis representasi.

Terakhir, pada tahap pengecekan kembali, sebagian besar mahasiswa belum mampu melakukan *determining equivalence* dengan konsisten, yaitu mengevaluasi apakah representasi target sudah sesuai dengan informasi awal di representasi sumber. Hanya subjek S1 yang berhasil melaksanakan pengecekan ulang dengan tuntas. Hal ini menunjukkan bahwa refleksi terhadap kesesuaian representasi penting untuk mencapai solusi akhir yang benar. Proses pengecekan ini mendukung penemuan Sa'dijah et al., (2018) bahwa pengecekan kembali membantu mengidentifikasi kesalahan logika dalam argumen dan meningkatkan validitas penyelesaian yang diperoleh.

Secara keseluruhan, temuan ini memberikan wawasan bahwa alih representasi merupakan proses kognitif yang kompleks yang memerlukan keterampilan analitis, pemahaman logika, dan kemampuan visualisasi yang kuat. Keterampilan ini dapat didukung oleh pendekatan pembelajaran yang berfokus pada eksplorasi berbagai bentuk representasi dan latihan dalam menerjemahkan antar

representasi untuk meningkatkan keterampilan berpikir kritis mahasiswa dalam analisis validitas argumen.

SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa proses translasi matematis atau alih representasi matematis memainkan peran penting dalam penyelesaian masalah analisis validitas argumen. Berdasarkan hasil eksplorasi, terlihat bahwa kemampuan mahasiswa dalam mentranslasikan informasi dari satu bentuk representasi ke bentuk lainnya, seperti dari verbal ke simbolik dan simbolik ke visual, sangat memengaruhi keakuratan dalam mengevaluasi struktur argumen. Proses translasi ini tidak hanya mendukung pemahaman mahasiswa terhadap elemen-elemen penting dalam argumen tetapi juga memfasilitasi analisis logis dan kritis dalam menyimpulkan validitas argumen. Hasil ini mengindikasikan bahwa faktor-faktor kognitif yang terlibat dalam alih representasi perlu diperhatikan dalam pengembangan strategi pembelajaran, agar mahasiswa dapat meningkatkan keterampilan translasi yang diperlukan dalam analisis validitas argumen. Temuan penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi bagi rancangan pembelajaran yang lebih efektif dalam mengasah kemampuan berpikir kritis dan penalaran matematis mahasiswa di ranah akademik yang lebih luas.

DAFTAR RUJUKAN

- Agusfianuddin, Herman, T., & Turmudi. (2024). Difficulties in mathematical language and representation among elementary school students when solving word problems. *Jurnal Elemen*, 10(3), 567-581. <https://doi.org/10.29408/jel.v10i3.25814>
- Ainsworth, S. (2006) DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3). <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001>
- Bosse, M. J., Adu-Gyamfi, K., & Chandler, K. (2014). Students' differentiated translation processes. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. Retrived from: <https://www.cimt.org.uk/journal/bosse5.pdf>
- Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K., & Cheetham, M. R. (2011). Assessing the Difficulty of Mathematical Translations: Synthesizing the Literature and Novel Findings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 6(3), 113-133 <https://doi.org/10.29333/iejme/264>
- Bosse, M., Bayaga, A., Fountain, C., Young, E. (2019). Mathematical representational code switching. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(1). 33-61. <http://dx.doi.org/10.4256/ijmtl.v20i1.141>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (2019). *A Framework for Representations in Mathematical Problem Solving and Learning*. Springer
- Hanna, G., Knipping C. (2020) Proof in Mathematics Education, 1980-2020: An Overview. *Journal of Educational Research in Mathematics*. 2020, Special Issue, 001 ~ 013. Retrieved from: <https://www.researchgate.net/publication/344566063>

- Janvier, C. (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Lin, S.-Y., Maries, A., & Singh, C. (2016). Student difficulties in translating between mathematical and graphical representations in introductory physics. *Physics Education Research Conference*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1601.05466>
- Mahmud, M. & Wong, S. F. (2022). Digital age: The importance of 21st century skills among the undergraduates. *Frontiers in Education*, 7(950553). <https://doi.org/10.3389/educ.2022.950553>
- Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 9(1), 1-21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>
- Mardhiyah, R.H., Aldriani, S. N. F., Chitta, F. (2021). Pentingnya keterampilan belajar di abad 21 sebagai tuntutan dalam pengembangan sumber daya manusia. *Lectura: Jurnal Pendidikan*, 12(1). <https://doi.org/10.31849/lectura.v12i1.5813>
- Munfaridah, N., Avraamidou, L., & Goedhart, M. (2021). The use of multiple representations in undergraduate physics education: What do we know and where do we go from here? *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(1), <https://doi.org/10.29333/ejmste/9577>
- Nurrahmawati, Sa'dijah, C., Sudirman, Muksar M. (2021). Assessing students' errors in mathematical translation: From symbolic to verbal and graphic representations. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 10(1). <http://doi.org/10.11591/ijere.v10i1.20819>
- Oser, F.K., Biedermann, H. (2019). A three-level model for critical thinking: critical alertness, critical reflection, and critical analysis. *Frontiers and Advances in Positive Learning in the Age of InformaTiOn (PLATO)* p. 89-106. https://doi.org/10.1007/978-3-030-26578-6_7
- Park, J. H., Niu, W., Cheng, L., Allen, H. (2021). Fostering creativity and critical thinking in college: A cross-cultural investigation. *Frontiers in Psychology*, 12. <http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2021.760351>
- Polya, G. (1985). *How to Solve It* 2nd ed Princeton. University Press: New Jersey
- Rahmah, F., Subanji Irawati, S. Mathematical representation analysis of students in solving mathematics problems. *Journal of Physics: Conference Series*, Volume 1200, 5th International Symposium on Mathematics Education and Innovation (ISMEI) 13–14 November 2018, Yogyakarta, Indonesia. Retrived from: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1200/1/012011/pdf>
- Rahmawati, D., Purwanto, Subanji, Hidayanto, E., & Anwar, R. B. (2017). Process of mathematical representation translation from verbal into graphic. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(3), 367-381. <https://doi.org/10.29333/iejme/618>
- Saha, M., Islam, S., Akhi, A., & Saha, G. (2022). Factors affecting success and failure in higher education mathematics: Students and teachers' perspectives. *Heliyon*, 10(7). <http://dx.doi.org/10.20944/preprints202209.0378.v1>
- Sa'dijah, C. Afriyani, D. Subanji, Muksar, M., & Anwar, L. (2018). Assessing students' pseudo-mathematical translation using translation-verivication model. *AIP Conf. Proc.* 21 September 2018; 2014 (1): 020144. <https://doi.org/10.1063/1.5054548>
- Samijo, S., Santia, I., & Jatmiko, J. (2023). Analisis kesalahan translasi matematis dari representasi verbal menuju representasi simbolik. *PTK: Jurnal Tindakan Kelas*, 4(1), 192–202. <https://doi.org/10.53624/ptk.v4i1.312>
- Santia, I., Purwanto, Sutawidjadja, A., Sudirman, Subanji. (2019). Exploring mathematical representations in solving ill-structured problems: The case of quadratic function. *Journal on*

Mathematics Education, 10(3)

- Shavelson, R. J., Zlatkin-Troitschanskaia, O., Beck, K., Schmidt, S., & Marino, J.P. (2019). Assessment of university students' critical thinking: Next generation performance assessment. *International Journal of Testing*, 19(1) 1-20. <http://dx.doi.org/10.1080/15305058.2018.1543309>
- Stylianides, G.J., Stylianides, A.J., Moutsios-Rentzos, A. (2024). Proof and proving in school and university mathematics education research: A systematic review. *ZDM Mathematics Education*, 56(2), 47–59. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01518-y>
- Yuanita P., Zulnadi H., Zakaria, E. (2018). The effectiveness of realistic mathematics education approach: The role of mathematical representation as mediator between mathematical belief and problem solving. *PLOS ONE*, 13(9). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0204847>